

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الطوبولوجيا (1)
السنة الثانية - رياضيات
الفصل الأول للعام الدراسي 2017/2016

اسم الطالب :
العلامة : 100
المدة : ساعة ونصف

السؤال الأول (37 علامة) :

جميع المجالات مفتوحة (داخلية) A°

قاعدة التفاضل
جميع الحالات (الصاتية) \bar{A}
مغلقة مع النقاط

نأخذ في الفضاء المترى الحقيقي R المجموعة $A =]0, 1] \cup \{2\}$

أ - أوجد A° ; \bar{A} ; $Fr(A)$; $Ext(A)$

ب - (1) هل المجموعة A مترابطة ولماذا ؟

(2) هل المجموعة A مغلقة ولماذا ؟

(3) هل المجموعة A كثيفة ولماذا ؟

(4) هل الفضاء الجزئي A تكمم لماذا ؟

(5) هل المجموعة A هي جوار للنقطة $x = 2$ ولماذا ؟

السؤال الثاني (30 علامة) :

$$Ext(A) = R \setminus \bar{A}$$

يعني نأخذ المجالات مفتوحة

أ - عرف الآن (1) نقطة التراكم لمجموعة (2) الفضاء المترى المتراص (3) المجموعة (4) مشتق النقاط المأخوذة

في \bar{A}

ب - أعط تعريفين متكافئين لتقارب المتتالية (x_n) من العنصر x في الفضاء المترى (X, d) .

ج - أثبت أن مجموعة الأعداد العلية Q هي مجموعة كثيفة في الفضاء المترى الحقيقي R (أي أثبت أن $\bar{Q} = R$).

السؤال الثالث (33 علامة) :

أ - اذكر الخواص الأساسية للمجموعات المفتوحة في أي فضاء مترى .

ب - ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً من الفضاء المترى X إلى الفضاء المترى Y .
متربطاً و f مستمراً فاثبت أن المجموعة $f(X)$ مترابطة في Y .

حاصل في 2017/2/15

أ. د. طاب

د. م. م. م.
 (5)

تم تصحيح مقدر الطبول لوصفها (1)
 السنة الثانية - رياضيات
 الفصل الاول للعام الدراسي ٢٠١٦ / ٢٠١٧

السؤال الأول (٢٧ علامة):

$A' = [0, 1]$ ؟ $\bar{A} = [0, 1] \cup \{2\}$ ؟ $A = [0, 1]$ ؟
 $Fr(A) = \bar{A} \setminus A^\circ = \{0, 1, 2\}$ ؟ $Ext(A) = R \setminus A^\circ = \{0, 1, 2\}$ ؟

- ١- A غير مترابطة لأن A غير مغلقة 4
- ٢- A غير مترابطة لأن A غير مغلقة 4
- ٣- A غير مترابطة لأن A غير مغلقة 4
- ٤- A ليست كثيفة لأن $\bar{A} \neq R$ 4
- ٥- الفضاء الجزئي A غير تام لأنه A غير مغلقة 4
- ٦- A ليست جواراً للنقطة $x=2$ لأن $x=2$ لا ينتمي إلى A 5

السؤال الثاني (٢٠ علامة):

- ١- التعريف ١: نقول من نقطة x راءاً نقطة y إذا كانت y تابعة لـ A إذا كان أي جوار للنقطة x يتقاطع مع A بنقطة مختلفة عن x . 4
- ٢- الفضاء المترابط هو الفضاء الذي يحتوي أي كسبية متصلة له على تقطيع جزئية منتظمة. 4
- ٣- المجموعة المحدودة في الفضاء المترابط هي التي يمكن احتواؤها في كسبية مغلقة نصف قطر لها عدد راسية. 4

٤- نقول من المتتالية (x_n) راءاً تقارباً في الفضاء X إذا كان أي جوار للنقطة x يحتوي على جميع x_n لـ n كبيرة بما فيه الكفاية. 4

أو (التعريف المكافئ):
 $\forall \epsilon > 0, \exists N_0: \forall n \geq N_0, d(x_n, x) < \epsilon$

- ٥- إذا كان أي جوار للنقطة x يحتوي على جميع حدود المتتالية (x_n) اعتباراً من لحد ما. 4
- ٦- إذا أمكننا أن جوار لأي نقطة x من R هناك هذا الجوار محيّر في الأضواء مركزه x . 4

وبما أن \mathbb{A}^1 مجال مغلق عتيق مع مال لا كير من الأعداد العارضة، فنحن ايعي
 1. أن \mathbb{A}^1 هو نقطة \mathbb{Q} يتقاطع مع \mathbb{Q} ، أي أن \mathbb{Q} نقطة لاصقة \mathbb{Q} . وبما أن
 كل نقطة من \mathbb{R} إذن $\mathbb{R} = \overline{\mathbb{Q}}$.

السؤال الثالث (٢٢ عمدة):

١٠ اجتماع المجموعات مفتوحة هو مجموعة مفتوحة
 ١١ تقاطع عدد منته من المجموعات المفتوحة هو مجموعة مفتوحة
 ١٢ المجموعة الكلية X والحالية \emptyset مجموعتان مفتوحتان

ب- ايجاء البرقعة

نذكر بطريقة تفصيلية. حيث نقرض أن $f(X)$ غير متراكم وبالتالي
 سيجب أن نقسم المجموعتين A و B المتفرقتين للنقطة x والذين تحققان:
 $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, A \cap B = \emptyset$ و $f(X) \subseteq B \cup A$
 بما أن f مستمرنا المجموعتان $f^{-1}(A)$ و $f^{-1}(B)$ متفرقتان في X ونحققا:
 $f^{-1}(A) \neq \emptyset$ و $f^{-1}(B) \neq \emptyset$ و $f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B) = \emptyset$
 لنفرض X ما يجعله غير متراكم. وهذا مستحيل.

С.В. / 2 / 10.6.00

21/11/2021

الحمد لله